

① ↑の板書を観ながらプリントの問題を解く(15分) ② 一斉授業(15分程度) ③ 教え合いをする。

一人で解き直しするのは禁止です。それがしたいときは、誰かに教えてください。

説明する側が書いてください。聴く側はペンを持たないこと。板書を使うときは、板書を指差すではなく写すこと。

動画作ったのですが、視聴の負担のわりに動画でなくても良い部分が多い単元だったので、紙の説明にしました。

動画の代わりにの説明。

**多項式の約数・倍数**

整数の場合と違って、多項式の約数・倍数それぞれ自体を数学の対象に考えることはほとんどないです。

なので、分数式を計算するときに必要な道具「最大公約数・最小公倍数」「互いに素な多項式」に限って説明します。

例) 2つの多項式  $A=2x^2-2=2(x+1)(x-1)$  を考えます。

$$B=3x^3+3=3(x+1)(x^2-x+1)$$

① どちらの数も割りきれれる数が公約数でした。例えば12と18なら公約数は1, 2, 3, 6です。

同じように、どちらの式も割り切れる因数、つまり、共通因数が公約数です。因数分解すると簡単に分かります。

要するに、**因数分解して、共通因数を集めたものが最大公約数**です。

これを  $G$  とします。最大公約数  $G$  はいくつですか? 答えは  $G=x+1$  です。

(※最大公約数は英語で **greatest common measure** というからです)

(※**greatest**の代わりに**highest**、**measure**の代わりに**divisor/factor**が使われることもあります。)

② どちらの数でも割り切れる数が公倍数でした。例えば12と18なら公倍数は36, 72, 108, …… です。

どちらの式でも割り切れるために、お互いに足りないものを補えば良いので、

$A$  に  $3(x^2-x+1)$ ,  $B$  に  $2(x-1)$  をかけたものが最小公倍数です。これを  $L$  とします。最小公倍数  $L$  はいくつですか?

答えは  $L=6(x+1)(x-1)(x^2-x+1)$  です。(※最小公倍数は英語で **least common multiple** というからです)

一つ、気をつけることがあります。実際の答えは、 $L=(x+1)(x-1)(x^2-x+1)$  とかくことが多いです。

多項式では、定数倍は区別しません。この答えを  $A$  で割ると、

$$(x+1)(x-1)(x^2-x+1) \div 2(x+1)(x-1) = \frac{1}{2}(x^2-x+1)$$

割り切れます。 $B$  でも同じく割り切れます。つまり定数倍しても割り切れるので、6はなくても良いんです。

今の説明を文字を使ってきちんと書きます。この書き方は大切なので、書けるようにしてください。

$A=GA', B=GB'$  ( $A'$  と  $B'$  は互いに素な多項式) のとき、 $L=GA'B'$

$G=x+1$  なので、 $A'=2(x-1), B'=3(x^2-x+1)$  です。つまり、 $A'$  と  $B'$  はお互いに足りないものです。これ

を「**互いに素な多項式**」と表現します。

2つの多項式が与えられていて、最大公約数いくつ? 最小公倍数いくつ? であれば、 $L=GA'B'$  なんてきちんと

書かなくても良いですが、逆に、最大公約数と最小公倍数が与えられていて2つの多項式を求めるときには、きちんと書いてください。

例題 2つの多項式の最大公約数が  $x-1$ 、最小公倍数が  $x^4-x^2$  であるとき、この2つの多項式を求めよ。

解答 2つの多項式を  $A, B$  とすると、

$$A=(x-1)A', B=(x-1)B' \text{ (} A' \text{ と } B' \text{ は互いに素)}$$

と表せる。このとき、

$$\begin{aligned} (x-1)A'B' &= x^4-x^2 \\ &= x^2(x+1)(x-1) \\ A'B' &= x^2(x+1) \end{aligned}$$

$$\therefore \begin{cases} A'=x^2(x+1) \\ B'=1 \end{cases}, \begin{cases} A'=x^2 \\ B'=x+1 \end{cases}$$

$$x^2(x+1)(x-1) \text{ と } x-1 \text{ または } x^2(x-1) \text{ と } (x+1)(x-1)$$

1 [アドバンスト練習1.46 / Focus Gold II+B 例題5(1)]

次の各組の整式について、最大公約数、最小公倍数を求めよ。

- (1)  $x^2-x-6, x^2-4$       (2)  $x^2+7x+12, x^2+5x+4, x^2+6x+8$       (3)  $2x^2-5x-3, 8x^3+1$

(1)	$x+2 / (x+2)(x-2)(x-3)$
(2)	$x+4 / (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$
(3)	$2x+1 / (2x+1)(x-3)(4x^2-2x+1)$

2 [アドバンスト練習 1.47]

2つの多項式の最大公約数が  $x+1$ 、最小公倍数が  $x^3+6x^2+11x+6$  であるとき、この2つの多項式を求めよ。

$$(x+1)(x+2) \text{ と } (x+1)(x+3) \text{ または } x+1 \text{ と } (x+1)(x+2)(x+3)$$